

DOI: 10.16285/j.rsm.2020.0691

复杂应力路径下钙质砂颗粒破碎及抗剪强度特性

高 敏¹, 何绍衡¹, 夏唐代¹, 丁 智², 王新刚¹, 张琼方³

(1. 浙江大学 建筑工程学院, 浙江 杭州 310058; 2. 浙江大学城市学院 土木工程系, 浙江 杭州 310015;
3. 中国电建集团华东勘测设计研究院, 浙江 杭州 310014)

摘 要: 对中国南海钙质砂开展了一系列复杂应力路径下的排水三轴剪切试验, 系统研究了应力路径对钙质砂颗粒破碎和抗剪强度的影响机制。研究表明: 钙质砂的各项力学特性均随着剪切加载方向的偏转呈现规律性变化, 当应力路径处于加荷区, 随着应力路径顺时针偏转, 钙质砂的软化程度和抗剪强度逐渐增大、剪胀性降低、颗粒破碎程度增大、峰值内摩擦角减小。而应力路径处于卸荷区时, 钙质砂破坏具有突然性, 颗粒破碎程度也较大。存在“0 初始应力影响”应力路径分界线, 使得初始平均有效应力对其两侧应力路径区域内体变的影响完全相反。基于分形理论建立了不同初始平均有效应力、固结方式和剪切路径下预测相对颗粒破碎指标 B_r 值的经验公式, 并揭示了应力路径和颗粒破碎耦合作用对钙质砂剪切行为的复杂影响机制。根据试验结果, 应用广义加性模型 (generalized additive model, 简称 GAM) 推导了考虑颗粒破碎和应力路径影响的强度包线, 可作为预测钙质砂在不同应力路径下峰值强度的依据。

关 键 词: 应力路径; 钙质砂; 颗粒破碎; 分形理论; 广义加性模型

中图分类号: TU411

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2022) 增刊 1-0321-10

Particles breakage and shear strength characteristic of calcareous sand under complex stress path

GAO Min¹, HE Shao-heng¹, XIA Tang-dai¹, DING Zhi², WANG Xin-gang¹, ZHANG Qiong-fang³

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310058, China; 2. Department of Civil Engineering, Zhejiang University City College, Hangzhou, Zhejiang 310015, China; 3. Power China Huadong Engineering Corporation, Hangzhou, Zhejiang 310014, China)

Abstract: A series of drainage triaxial shear tests under different stress paths is carried out on calcareous sand in the South China Sea. The particle breakage and shear strength characteristics of calcareous sand under complex paths are systematically studied. The research shows that the mechanical properties of calcareous sand change regularly with the deflection of the shear loading direction. When the stress path is in the loading zone, with the clockwise deflection of shear path, the softening degree and shear strength increase; the dilatability, the peak internal friction angles decrease, and particle breakage increases. When the stress path is in the unloading zone, the calcareous sand breaks suddenly, and the particle breakage is relatively large. There is a "0 initial average effective stress" stress path boundary, and the effect of initial average effective stress on the volume change on both sides is completely opposite. Based on fractal theory, an empirical formula for predicting B_r value under different consolidations, shear paths and initial average effective stress is established, and the complex influence mechanism of stress path and particle fracture coupling on the shear behavior of calcareous sand is revealed. According to the test results, the generalized additive models (GAMs) are used to derive the strength envelope considering the effects of particle breakage and stress paths, which can be used as the basis for predicting the peak strength of calcareous sand under different stress paths.

Keywords: stress path; calcareous sand; particle breakage; fractal theory; generalized additive models

1 引 言

钙质砂由海洋生物残骸沉积而成 (主要成分为

碳酸钙), 其物理力学性质与陆源砂有较大差异^[1], 具有颗粒易破碎、形状不规则、内孔隙丰富等特点。随着“一带一路”倡议不断推进, 对我国南海进行

收稿日期: 2020-05-24

修回日期: 2021-03-31

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.51508506); 浙江省自然科学基金联合基金 (重点项目) (No.LHZ20E080001); 浙江省重点研发计划项目 (No.2020C01102); 浙江省博士后择优资助 (2019)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(51508506), Joint Fund of Zhejiang Provincial Natural Science Foundation (LHZ20E080001), the Key R & D Program Project of Zhejiang Province(2020C01102) and Zhejiang Postdoctoral Scholarship Support Fund(2019).

第一作者简介: 高敏, 女, 1995 年生, 硕士研究生, 主要从事钙质砂颗粒破碎特性方面的研究。E-mail: 21812013@zju.edu.cn

通讯作者: 何绍衡, 男, 1995 年生, 博士研究生, 主要从事钙质砂静动力特性方面的研究。E-mail: heshaozheng@zju.edu.cn

了大量吹填造岛工程, 便于就地取材的钙质砂成为主要吹填材料。以钙质砂全长填筑的南海护岸防波堤、码头、机场跑道、路堤等军民基础设施工程不断涌现。在上述填方工程中, 挡土墙后钙质砂填料的主动和被动状态可视为竖向应力不变而侧向应力减小或增大的应力状态^[2-3]。在修建各类构筑物时, 附加应力很容易引起主应力方向偏转等地基应力状态的改变。此外, 钙质砂天然或吹填地基中未来有望修筑海底管线、隧道等大型工程^[4], 地基水平或竖向会存在不同程度的卸荷应力路径。以上情况均与常规三轴试验的应力路径有较大区别, 因此, 探究复杂应力路径下钙质砂的剪切特性与常规三轴应力路径的差异和机制, 具有重要的学术和工程价值。

国内外学者针对不同应力路径下土体的力学行为开展过大量研究工作, Ko 等^[5]通过对 Ottawa 砂的剪切试验发现砂土应力-应变曲线随应力路径变化而明显不同。Nakai^[6]在三轴试验的基础上论证了砂土的塑性应变具有很强的应力路径相关性。孙岳崧等^[3]对承德中密砂进行了 6 种应力路径的三轴试验, 发现应力路径对砂土的应力-应变、体变特性有较大影响。许成顺等^[7]进行了 8 种不同应力路径的单调剪切试验, 结果表明减压压缩的剪胀量大于常规压缩和增压压缩。杨光等^[8]认为应力路径对粗粒料的强度特性影响并不显著。王远等^[9]发现土石坝填筑和蓄水应力路径下堆石料的颗粒破碎远小于常规三轴试验。此外, 路德春等^[10]建立了砂土应力路径本构模型。迟明杰等^[11]从细观角度分析应力路径影响砂土变形的过程。郑刚^[12]、陈筠^[13]等发现卸荷路径下黏土的变形特性与常规三轴试验有较大不同。

上述研究的方法和结论对实际工程和理论研究均有指导意义, 但研究对象多为陆源砂或堆石料, 而未涉及到钙质砂。钙质砂与陆源砂的不同之处在于其在常压范围内就会产生较为严重的颗粒破碎。吴京平^[14]、张家铭^[15]、王刚^[16]等的研究表明, 颗粒破碎对钙质砂的强度指标和变形特性均有较大影响。因此, 在不同应力路径作用下, 钙质砂可能表现出比陆源砂更为复杂的体变和强度特性, 常规三轴压缩试验得出的试验规律和强度指标将不再能为其他应力路径下的工程实践提供有效依据。鉴于此, 本文对南海钙质砂进行了一系列不同应力路径和初始平均有效应力耦合作用的排水三轴剪切试验, 分析不同的应力路径对钙质砂颗粒破碎演化规律及强度特性的影响机制。在确保参数物理意义明确的前提下, 基于广义加性模型 (generalized additive

model, 简称 GAM) 推导了考虑应力路径和颗粒破碎影响的非线性强度包线方程。研究成果不仅为构建考虑颗粒破碎状态变量的本构模型提供数据支持, 还为复杂应力路径下钙质砂地基的实际工程提供了有益指导。

2 试验土样及试验方法

2.1 试验土样

本试验所用的钙质砂试样取自我国南海西沙群岛, 均为未胶结的松散体, 如图 1 所示。为消除颗粒级配对试验结果的影响, 所有试样均按事先测出的天然平均级配进行精确配制, 级配曲线如图 2 所示。制样时为减小制样过程中钙质砂产生颗粒破碎, 采用橡皮锤轻击模具侧壁和击实器轻轻按压砂面相结合的方法使试样达到指定的相对密实度^[17], 并且尽可能保证每一个试样时使用相同的锤击力度与时间。试样直径为 38 mm, 高为 80 mm。按照《土工试验规程》(SL 237—1999)^[18], 测定钙质砂的基本物性指标, 见表 1。

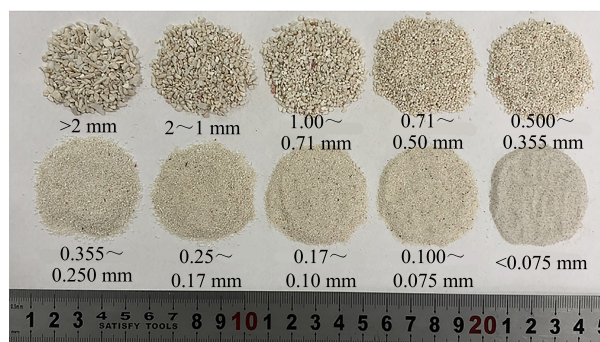


图 1 钙质砂试样

Fig.1 Calcareous sand sample

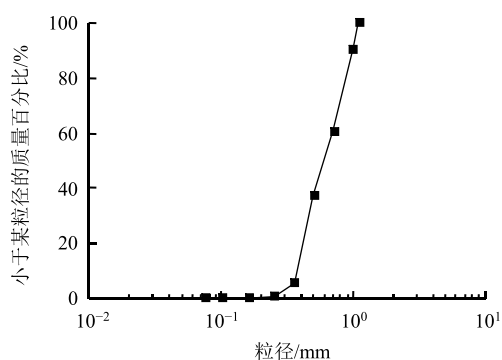


图 2 钙质砂颗粒级配曲线

Fig.2 Grain size distribution curves of calcareous sand

2.2 试验方法

试验采用英国 GDS 应力路径三轴试验系统。该试验系统由三轴压力室、压力体积控制器、GDS

表 1 钙质砂基本物性指标

Table 1 Basic physical parameters of calcareous sand					
土体相对 密度 G_s	最大孔 隙比 $e_{\max}$	最小孔 隙比 $e_{\min}$	不均匀 系数 C_u	曲率系 数 C_c	相对密实度 $D_r/\%$
2.75	1.347	0.91	1.889	0.781	80

数据采集系统、GDSLAB 控制和数据采集软件等组成。

试验参照《土工试验规程》(SL 237—1999) [18] 进行操作。由于钙质砂棱角较尖锐, 制样时采用 0.6 mm 的橡皮膜。整个试验分饱和、固结、剪切三步进行。钙质砂疏松多孔, 内部气体不易排出, 分别进行抽真空饱和、水头饱和、分级反压饱和的方法对试样进行饱和 [19]。所有试样的饱和度均达到 0.98 以上, 饱和效果良好。分别采用静止土压力系数 K_0 和各向同性固结方式固结试样, 通过 GDS 应力路径三轴仪的 K_0 固结模块测得钙质砂试样的静止土压力系数 K_0 值约为 0.5。图 3 给出了本试验在 p - q 平面中应力路径示意图, 其中 p 为剪切应力, p' 为平均有效应力, q 为偏应力, $\Delta p'$ 、 Δq 分别为平均有效应力和偏应力的增量。AB、AC 为固结路径, BD、BE、BF、CG、CI、CH、CJ、CK 为剪切路径。具体试验方案见表 2。

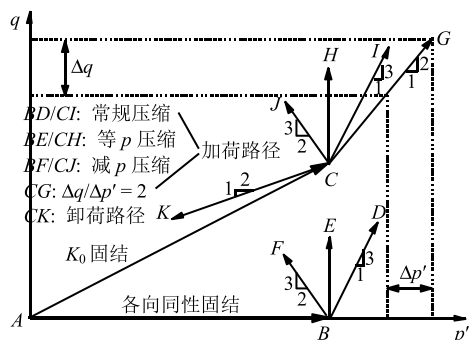


图 3 应力路径示意图
Fig.3 Stress path diagram

在采用国际主流三轴仪器 (例如 GDS 应力路径三轴仪) 进行复杂应力路径剪切试验时, 试验过程中试样的大小主应力均会变化, 若采用应变控制, 则轴向加荷系统不能稳定地施加轴力, 很多学者均遇到类似的问题, 因此本文选取前人采用的应力控制加载方式 [8, 19-21]。剪切速率为 0.1 kPa/min, 当轴向应变达到 20% 时停止试验。试验结束后, 将试样风干、筛分、称量, 以获得剪切后的颗粒级配曲线。

3 试验结果

3.1 应力路径对钙质砂应力-应变关系的影响

图 4 为初始平均有效应力为 200 kPa 时钙质砂

表 2 试验方案

Table 2 Experimental schemes			
固结方式	剪切路径	试验组数	初始平均有效应力 p'_0 / kPa
各向同性固结	常规压缩	1	100
	常规压缩	2	200
	常规压缩	3	300
	常规压缩	4	400
	等 p 压缩	5	100
	等 p 压缩	6	200
	等 p 压缩	7	300
	等 p 压缩	8	400
	减 p 压缩	9	100
	减 p 压缩	10	200
	减 p 压缩	11	300
	减 p 压缩	12	400
K_0 固结	$\Delta q/\Delta p' = 2$	13	100
	$\Delta q/\Delta p' = 2$	14	150
	$\Delta q/\Delta p' = 2$	15	200
	常规压缩	16	100
	常规压缩	17	200
	常规压缩	18	300
	常规压缩	19	400
	常规压缩	20	800
	等 p 压缩	21	100
	等 p 压缩	22	200
	等 p 压缩	23	300
	等 p 压缩	24	400
	等 p 压缩	25	800
	减 p 压缩	26	100
	减 p 压缩	27	200
	减 p 压缩	28	300
	减 p 压缩	29	400
	减 p 压缩	30	800
	卸荷	31	100
	卸荷	32	200
	卸荷	33	300
	卸荷	34	400
	卸荷	35	800

注: $\Delta q/\Delta p'$ 为偏应力变化量和平均有效应力变化量之比。

的偏应力 q -轴向应变 ϵ_a 曲线。由图可知, 两种固结方式的加荷路径下, 试样均呈现不同程度的应变软化, 且软化程度和抗剪强度随剪切路径逆时针偏转而减弱。

图 5 单独给出了卸荷路径下的偏应力 q -轴向应变 ϵ_a 曲线。由图可知, 卸荷路径下, 钙质砂的偏应力-轴向应变曲线呈直角型, 变形过程分为截然不同的两个阶段: 随着偏应力 q 的均匀释放, 前期轴应变 ϵ_a 几乎保持不变, 为缓慢变形阶段; 后期轴应变急剧增大, 为急速破坏阶段。陈筠等 [13] 也得到了类似的结论。此外, 破坏转折点对应的偏应力约为初始值的 50%。可见对应于本文钙质砂卸荷路径的工况, 应力释放一半以内是偏于安全的, 否则将引起土体急剧破坏。

3.2 应力路径对钙质砂体变特性的影响

图 6 为各向同性固结钙质砂的体变曲线。本文

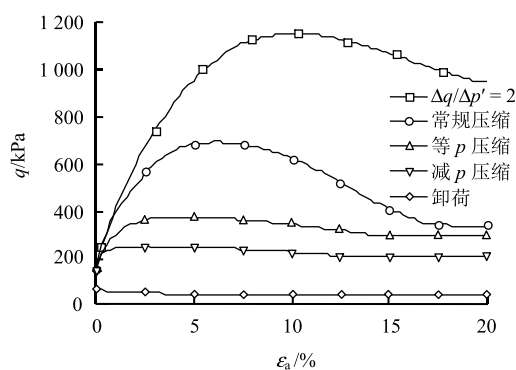
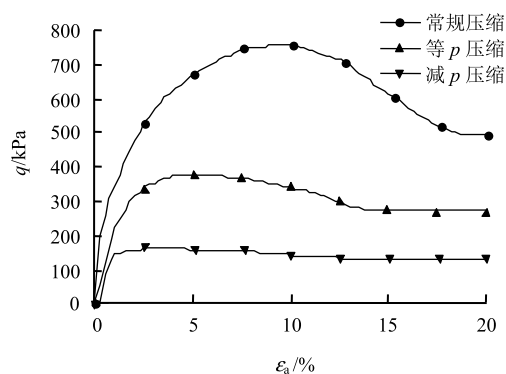
(a) K_0 固结 $p'_0 = 200$ kPa(b) 各向同性固结 $p'_0 = 200$ kPa

图 4 不同固结和剪切路径下钙质砂的应力-应变曲线

Fig.4 Stress-strain curves of calcareous sand under different consolidation and shear paths

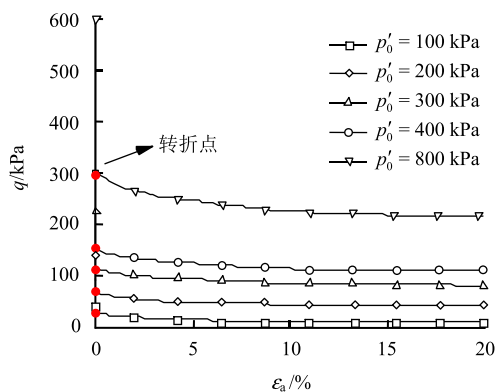
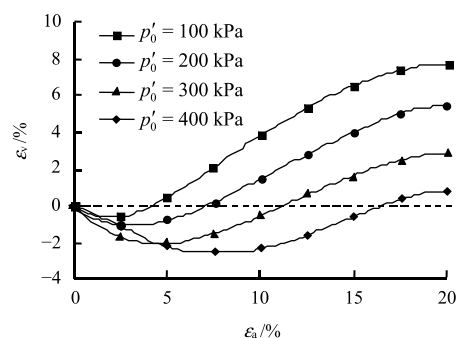


图 5 卸荷试验钙质砂的应力-应变曲线

Fig.5 Stress-strain curves of calcareous sand in unloading test

定义体变压缩值为负、膨胀值为正。由图 6 可知, 在 p'_0 为 100~400 kPa 范围内, 3 种剪切应力路径下, 钙质砂的体变曲线后期均表现为剪胀。剪切路径在 p - q 平面逆时针偏转与初始平均有效应力减小均削弱了对试样的约束, 导致试样前期剪缩量减小, 后期剪胀量增大。

另外, 由图 6 可知, 增大初始平均有效应力对常规压缩、等 p 压缩、减 p 压缩试验体胀的抑制作



(a) 常规压缩

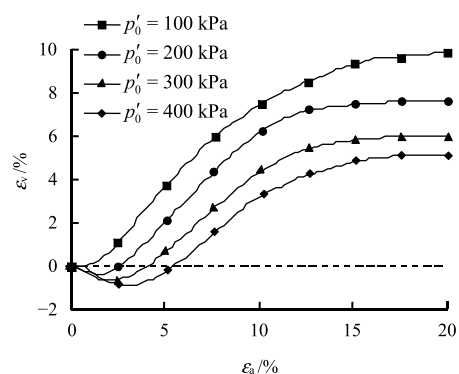
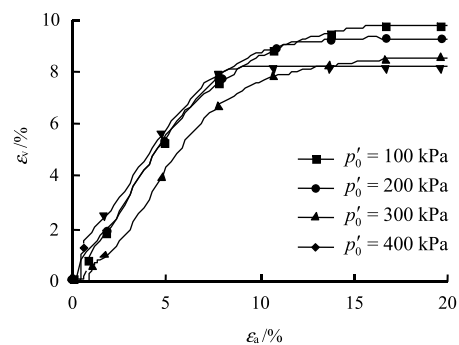
(b) 等 p 压缩(c) 减 p 压缩

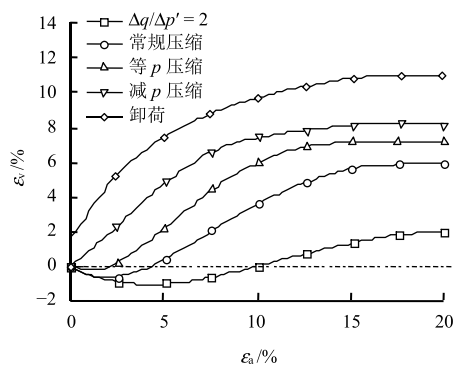
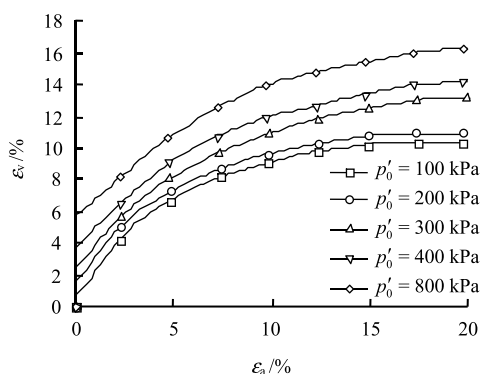
图 6 各向同性固结钙质砂的体变曲线

Fig.6 Volumetric strain-axial strain curves of isotropically consolidated calcareous sand

用依次减弱。可知剪切路径在 p - q 平面越向逆时针偏转, 体变对初始平均有效应力的敏感性越低。

K_0 固结加荷路径下钙质砂的体变规律与各向同性固结相同, 因此图 7(a)仅给出 $p'_0 = 200$ kPa 时各剪切路径下的体变曲线, 不再单独分析。

图 7(b)为 K_0 固结卸荷路径下钙质砂的体变曲线。可以看出, 钙质砂的剪胀性随初始平均有效应力增加而增大, 初始平均有效应力的增加并未对试样的体胀起到抑制作用。由前述分析可知, 加荷应力路径下, 随着剪切路径逆时针偏转, 初始平均有效应力对体胀的抑制作用逐渐减弱。综上可知, 随着剪切路径从加荷路径区逆时针偏转到卸荷路径

(a) $p'_0 = 200$ kPa

(b) 卸荷

图 7 K_0 固结钙质砂的体变曲线
Fig.7 Volumetric strain-axial strain curves of K_0 consolidated calcareous sand

区, 体变对 p'_0 的敏感性先减小再反向增大, 存在一条如图 8 所示的 0 初始应力影响分界线, 位于减 p 和卸荷路径之间, 距离该分界线越近, 体变对初始平均有效应力的敏感性越低。在此分界线右上侧的区域为正初始应力影响区, 即初始平均有效应力越大, 体积膨胀越小; 而在此分界线的左下侧为负初始应力影响区, 即初始平均有效应力越大, 体积膨胀越大。

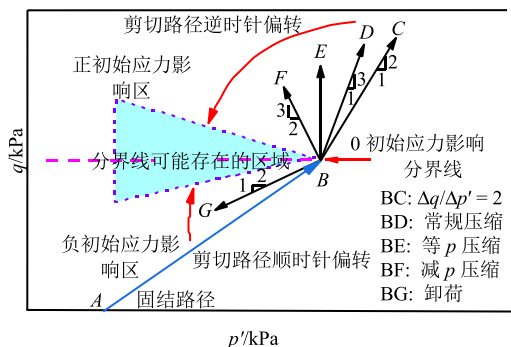
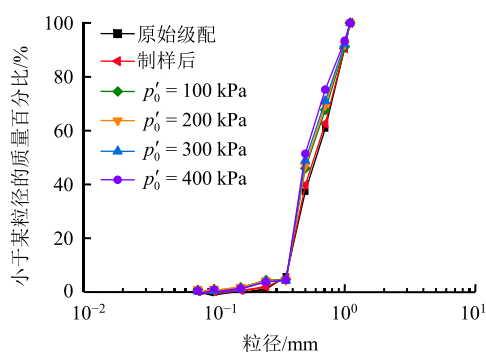


图 8 初始平均有效应力影响分区示意图
Fig.8 Diagram of initial average effective stress affecting zones

3.3 应力路径对钙质砂颗粒破碎演化规律的影响

图 9(a)、9(b)分别为不同初始平均有效应力和应力路径下钙质砂的颗粒级配曲线。由图 9(a)可知, 初始平均有效应力越大, 颗粒破碎程度越大。由图 9(b)可知, 减 p 压缩试验颗粒破碎最少, 等 p 压缩次之; 卸荷、常规压缩、 $\Delta q/\Delta p' = 2$ 压缩试验的颗粒破碎程度均较大, 即加荷区颗粒破碎程度随剪切路径顺时针偏转而增大, 而卸荷区的颗粒破碎规律与加荷区不同。



(a) 各向同性固结常规压缩

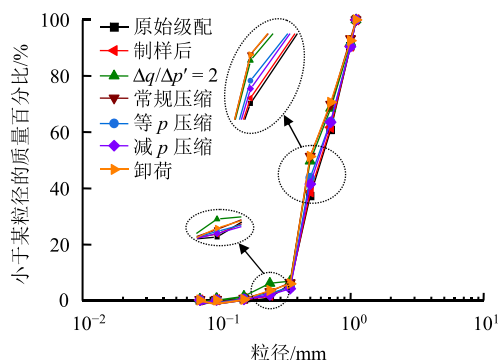
(b) K_0 固结 $p'_0 = 100$ kPa

图 9 钙质砂剪切前后颗粒级配曲线
Fig.9 Gradation curves of calcareous sand before and after shearing

$\Delta q/\Delta p' = 2$ 和常规压缩试验, 试样从加载到破坏的过程中经历了较高的剪应力水平, 剪应力的增大加剧了颗粒破碎^[15], 因此颗粒破碎程度较大。而卸荷试验的固结与剪切路径之间发生极大偏转, 应力-应变曲线发生突变 (图 5), 破碎更为突然, 容易产生应力集中。且卸荷剪切试验剪胀性最强 (见图 7(a)), 剪应变空间较大, 因此颗粒间接触点减少, 配位数降低, 颗粒受到的平均接触应力反而增大, 导致颗粒破碎程度增大。上述分析表明, 在钙质砂地基上进行边坡、深基坑等开挖工程时, 处于卸荷状态钙质砂的强度可能由于颗粒破碎程度较大而进

一步降低, 对于工程安全不利。因此, 在评估钙质砂强度时不能忽视卸荷应力路径对颗粒破碎的影响。

为定量描述不同应力路径下的颗粒破碎程度, 须引入破碎指标。Hardin^[22]假定所有颗粒最终完全破碎成粉粒, 提出相对破碎指标 B_r 。Mc Dowell 等^[23]、Einav^[24]认为颗粒并非无限制的破碎为粉粒, 而是趋于自相似分布, 呈现分形特征。Einav^[24]在 Hardin 破碎理论的基础上引入分形理论, 提出基于分形理论的修正 Hardin 破碎指标 B_r :

$$B_r = \frac{B_t}{B_p} \quad (1)$$

式中: B_p 为总破碎势; B_t 为当前破碎势。在最大平均有效应力为 3 MPa 的条件下进行常规压缩试验, 扣除试样两端约 5 cm 非剪切带部分后, 筛分剪切带附近钙质砂颗粒, 获得最终级配, 如图 10 所示。在对数坐标下分别对最终级配曲线和当前级配曲线进行积分, 可求得总破碎势 B_p 与当前破碎势 B_t :

$$B_p = \int_{d_m}^{d_M} [F_u(d) - F_0(d)] d(\lg d) \quad (2)$$

$$B_t = \int_{d_m}^{d_M} [F_c(d) - F_0(d)] d(\lg d) \quad (3)$$

式中: d 为颗粒粒径; d_m 为最小粒径; d_M 为最大粒径; $F_u(d)$ 、 $F_0(d)$ 、 $F_c(d)$ 可表示为

$$F_u(d) = \left(\frac{d}{d_M} \right)^{3-\alpha_u} \quad (4)$$

$$F_0(d) = \left(\frac{d}{d_M} \right)^{3-\alpha_0} \quad (5)$$

$$F_c(d) = \left(\frac{d}{d_M} \right)^{3-\alpha_c} \quad (6)$$

式中: α_u 、 α_0 、 α_c 分别为当前级配、初始级配与最终级配的分形维数。将式 (2) ~ (6) 代入式 (1) 可得

$$B_r = \frac{\int_{d_m}^{d_M} [F_u(d) - F_0(d)] d(\lg d)}{\int_{d_m}^{d_M} [F_c(d) - F_0(d)] d(\lg d)} = \frac{(\alpha_c - \alpha_0)(3 - \alpha_u)}{(\alpha_u - \alpha_0)(3 - \alpha_c)} \quad (7)$$

通过拟合初始级配曲线与最终级配曲线 (如图 10 所示), 可知初始分形维数 α_0 和最终分形维数 α_u 分别为 1.46 和 2.48。

试验后每个试样颗粒级配的分形维数 α_c 可利用式 (6) 对颗粒级配曲线进行拟合求得。分形维数

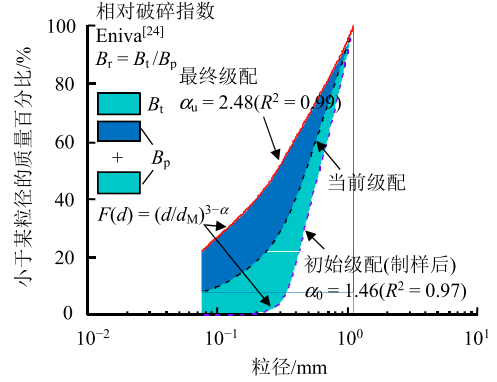


图 10 相对破碎指标的定义

Fig.10 Definition of relative particle breakage index

越大, 则颗粒破碎程度越大, 级配曲线越接近最终级配。图 11 给出了不同初始平均有效应力下钙质砂级配的分形维数。由图 11 可知, 分形维数 α_c 随着对数归一化初始平均有效应力的增大呈线性增长趋势, 二者之间的关系可表示为

$$\alpha_c = \alpha_{p_0'} + k_\alpha \lg \frac{p_0'}{p_a} \quad (8)$$

式中: p_a 为 1 个标准大气压; $\alpha_{p_0'}$ 、 k_α 均为拟合参数。两种固结方式下的斜率 k_α 数值不同, K_0 固结条件下, $k_\alpha = 0.478$; 各向同性固结条件下, $k_\alpha = 0.195$ 。

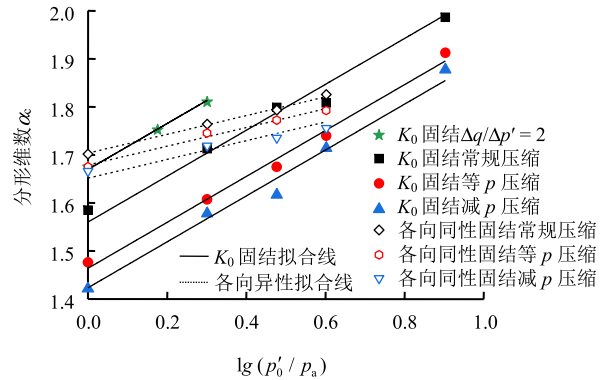


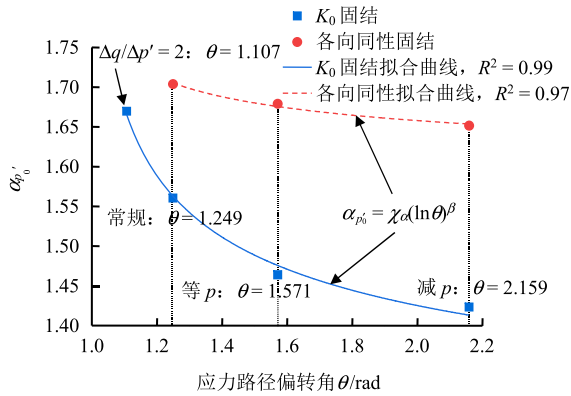
图 11 不同 $\lg(p_0'/p_a)$ 下钙质砂的分形维数

Fig.11 Fractal dimension of coral sand at various initial mean effective stresses

由图 11 可知, 不同的应力路径对应不同的截距, 因此图 12 绘制出了式 (8) 中的截距 $\alpha_{p_0'}$ 与应力路径偏转角 θ 之间的关系图, 二者之间的关系可表示为

$$\alpha_{p_0'} = \chi_\alpha (\ln \theta)^\beta \quad (9)$$

式中: χ_α 、 β 均为拟合参数。其中 K_0 固结条件下, χ_α 为 1.3, β 为 -0.08; 各向同性固结条件下, χ_α 为

图 12 α_{p_0} 与应力路径偏转角 θ 之间的关系Fig.12 Relationship between parameters α_{p_0} and θ

1.6, β 为 -0.02。

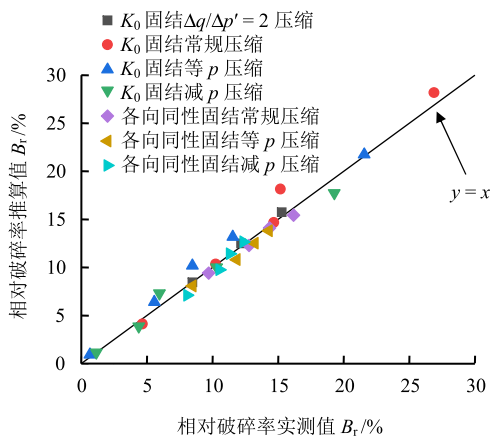
将式 (9) 代入式 (8) 可得

$$\alpha_c = \chi_\alpha (\ln \theta)^\beta + k_\alpha \lg \frac{p'_0}{p_a} \quad (10)$$

将式 (10) 代入式 (7) 可得

$$B_r = \frac{\left[\chi_\alpha (\ln \theta)^\beta + k_\alpha \lg \frac{p'_0}{p_a} - \alpha_0 \right] (3 - \alpha_u)}{(\alpha_u - \alpha_0) \left[3 - \chi_\alpha (\ln \theta)^\beta - k_\alpha \lg \frac{p'_0}{p_a} \right]} \quad (11)$$

式 (11) 即为计算不同固结方式、剪切路径和初始平均有效应力下相对破碎指标 B_r 值的经验公式。根据式 (11) 对 B_r 进行推算, 并按照图 10 的定义得到 B_r 的实测值, 将二者进行对比, 如图 13 所示。由图 13 可知, 根据式 (11) 所得的推算值与实测值吻合度较高。

图 13 相对破碎率 B_r 推算值与实测值的关系Fig.13 Comparison between observed B_r and predicted B_r

3.4 应力路径对钙质砂强度特性的影响机制

砂土的抗剪强度指标可用内摩擦角表示。根据

Rowe^[25]、Lee 等^[26]的理论, 无黏性土的抗剪强度由三部分组成: 土颗粒间滑动摩擦强度分量, 颗粒与相邻颗粒间咬合作用引起的剪胀效应分量, 颗粒挤碎、排列和定向作用分量。因此库伦公式中 φ_{pk} 的一般表达式为

$$\varphi_{pk} = \varphi_u + \varphi_d + \varphi_b \quad (12)$$

式中: φ_{pk} 为峰值内摩擦角; φ_u 为滑动摩擦角 (可认为是常量); φ_d 为剪胀引起的摩擦角; φ_b 为破碎和重排列引起的摩擦角。因此峰值内摩擦角 φ_{pk} 的大小同时取决于剪胀性和颗粒破碎程度。

由 3.2 节和 3.3 节可知, 剪切路径顺时针偏转与初始平均有效应力增大均会导致钙质砂的剪胀性减弱、颗粒破碎程度增强, 则与剪胀和颗粒破碎相关的 φ_d 与 φ_b 均会减小, φ_{pk} 也随之减小。图 14 给出的 φ_{pk} 随剪切路径和初始平均有效应力的变化示意图进一步验证了上述分析。由于卸荷路径试验的剪切行为与加荷路径差异较大, 因此本节及以下的分析均不含卸荷试验。

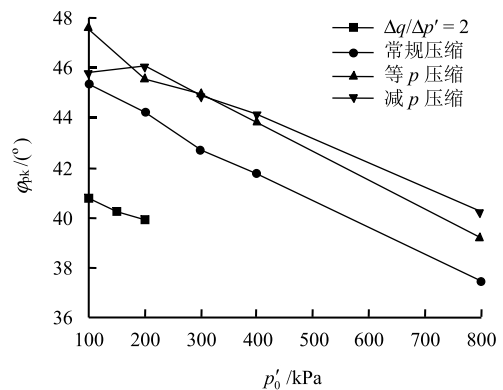
图 14 K_0 固结不同应力路径和初始平均有效应力下钙质砂峰值内摩擦角Fig.14 Peak internal friction angles of K_0 consolidated calcareous sand under different stress paths and initial average effective stresses

图 15 统计了全部试样内摩擦角 φ_{pk} 与相对破碎率 B_r 之间的关系。由图 15 可知, 虽然统计数据具有一定的离散性, 但是可以看出 φ_{pk} 与 B_r 负相关, 即颗粒破碎导致峰值内摩擦角降低。图 15 还给出了 φ_{pk} 的 95% 置信区间与 95% 预测区间。置信区间是对内摩擦角平均值的预测, 表明对应于同一 B_r 值的内摩擦角平均值在此区间内的概率为 95%。预测区间是对单个内摩擦范围的预测, 表明对应于同一 B_r 值的内摩擦角值在此区间内的概率为 95%。根据图 15 给出的预测带上下限边界方程, 在工程中可以合理选取对应于某一 B_r 值的具有 95% 可信度的内摩擦角

值。

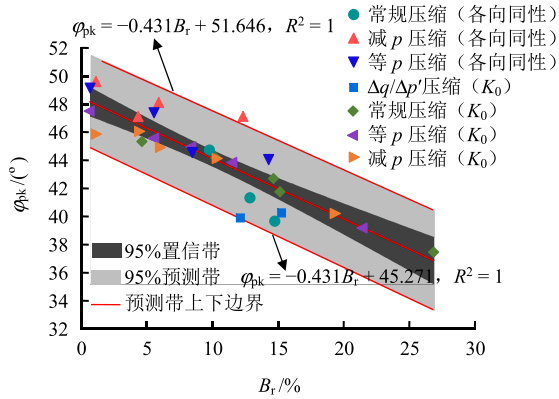


图 15 相对破碎率与峰值内摩擦角之间的关系
Fig.15 Relationships between relative crushing rate and peak internal friction angle

综上所述,不同的应力路径将引起钙质砂产生不同程度的剪胀和颗粒破碎。而颗粒破碎同时又削弱了钙质砂剪胀性,导致不同应力路径下钙质砂的剪切行为变得更加复杂而难以预测。因此,建立考虑应力路径和颗粒破碎影响的抗剪强度预测模型是十分必要的。

4 不同应力路径下的强度预测模型

将本文全部加荷路径下的峰值点置于同一 p - q 平面,如图 16 所示,可知在 p' 小于 500 kPa 的低应力区,强度包线可用过原点的直线表示,而在高应力区,该直线与实际的峰值点差值越来越大,强度包线更接近曲线。另外,由图 16 可知,2 种固结方式下峰值点离散性不大,拟合强度包线时可不区分固结方式。

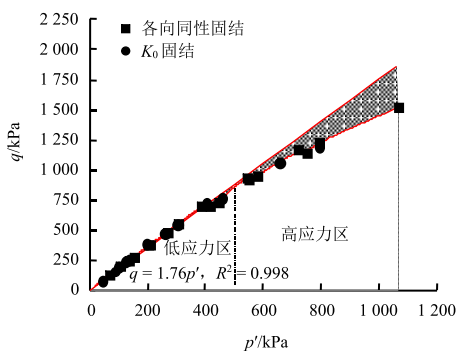


图 16 钙质砂强度包线线性拟合结果
Fig.16 Linear fitting of calcareous sand strength envelope

本文尝试采用广义加性模型拟合考虑颗粒破碎指标 B_r 和应力路径偏转角 θ 影响的强度包线。旨在建立简单的统计模型来量化 p' 、 B_r 、 θ 对峰值强度的影响。

广义加性模型由 Hastie 等^[27]提出,是在广义线性模型和加性模型的基础上发展而来的。该模型可以揭示出多种因素之间的复杂非线性关系。Alshibli 等^[28]在研究颗粒圆度、相对密度、围压等因素对砂土内摩擦角影响时也曾用到类似方法。

广义线性模型的基本形式为

$$g(\mu) = \alpha + \beta_1 X_1 + \cdots + \beta_p X_p \quad (13)$$

式中: $g(\mu)$ 为连接函数; α 为截距; $X_1, X_2, \cdots, X_p$ 为自变量; Y 为因变量; $\beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_p$ 为未知系数向量; μ 为 Y 的期望值, $\mu = E(Y | X_1, \cdots, X_p)$ 。

加性模型的基本形式是:

$$E(Y | X_1, \cdots, X_p) = \alpha + f(x_1) + \cdots + f(x_p) \quad (14)$$

式中: $x_1, x_2, \cdots, x_p$ 为自变量的第 1, 2, ..., p 次观测值。

广义加性模型不需要 Y 对 X 的任何假设,只需假设各函数项可加且光滑,模型函数形式如下:

$$g(\mu) = \alpha + \sum_{j=1}^p f_j(X_j) \quad (15)$$

式中: $f_j(\cdot)$ 为针对每一个预测变量的任意 X_j 的单变量函数。采用惩罚最小二乘估计方法对模型进行估计,表达式为

$$S_w(f_1, \cdots, f_p) = \sum_{i=1}^n w_i \left\{ y_i - \sum_{j=1}^p f_j(t_{ij}) \right\}^2 + \sum_{j=1}^p \lambda_j \int f_j(t)^2 \quad (16)$$

式中: S_w 为惩罚函数; $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_p$ 为各个分函数 f_j 的光滑参数,使上式最小就可得到 $\{f_j\}$ ^[29]; t 为自变量; t_{ij} 为第 i 个样本的第 j 个观测值; y_i 为因变量的第 i 次观测; w_i 为惩罚因子。

采用广义加性模型,综合分析平均有效应力 p' 、相对破碎指标 B_r 、应力路径偏转角 θ 对钙质砂峰值强度 q 的影响,得到如下强度包线表达式:

$$\frac{q}{p_a} = 1.564 \left(\frac{p'}{p_a} \right) - 86.154 B_r^3 + 0.611 \theta^{-0.0024} \quad (17)$$

B_r 可根据 3.3 节的方法通过式 (11) 求得,每种应力路径下 θ 取值见图 12。

在本文应力范围内, p' 对峰值强度 q 起主要贡献作用; B_r 对 q 的削弱值在 0.88~170 kPa 之间,颗粒破碎程度越大,其对峰值强度的削弱作用越强;应力路径偏转角 θ 对 q 的影响一部分包含在 B_r 项中(根据式 (11) 可知,不同的 θ 对应不同的 B_r 值),一部分通过式 (17) 的第 3 部分体现。

图 17 给出了采用上述广义加性模型得到的强度包线非线性拟合值与实测值的对比图, 并与线性拟合结果进行对比。由图 17 可知, 非线性拟合值与实测值无论是在低应力范围 (≤ 500 kPa) 还是高应力范围 (> 500 kPa) 均吻合较好, 非线性拟合在高应力范围的拟合效果明显优于线性拟合。

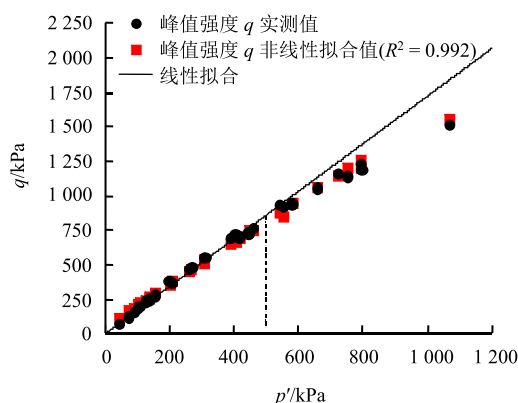


图 17 强度包线非线性拟合值与实测值对比

Fig.17 Comparison of nonlinear fitting value and actually measured value of strength envelope

5 结 论

本文对我国南海钙质砂开展了一系列不同应力路径和初始平均有效应力耦合作用下的排水三轴剪切试验, 系统研究了复杂应力路径对钙质砂颗粒破碎和强度特性的影响机制, 并建立了峰值强预测模型。得到以下主要结论:

(1) 加荷路径下, 随着剪切路径逆时针偏转, 钙质砂软化程度和抗剪强度不断减弱; 卸荷路径下, 钙质砂的应力-应变曲线呈直角型, 破坏具有突发性。

(2) 加荷路径下剪切路径越向逆时针偏转, 钙质砂剪胀量越大, 体变对初始平均有效应力的敏感性越低。当剪切路径继续逆时针偏转到卸荷路径区, 体变对初始平均有效应力的敏感性反向增大。

(3) 剪切路径在加荷区越向顺时针偏转, 颗粒破碎程度越大。级配曲线的分形维数 α_c 的变化可以反映颗粒破碎演化规律, 建立了不同固结方式、剪切路径和初始平均有效应力下预测 B_r 值的经验公式, 由该公式得到的 B_r 推算值与实测值吻合较好。

(4) 应力路径和颗粒破碎对钙质砂剪切行为的影响机制较为复杂: 不同的应力路径将引起试样产生不同程度的剪胀和颗粒破碎, 而颗粒破碎同时又削弱了钙质砂的剪胀性, 导致不同应力路径下钙质砂的剪切行为变得更加难以预测。

(5) 高应力状态下颗粒破碎导致静强度包络线明显偏离线性, 若工程中应用传统摩尔-库仑强度理论, 将会高估钙质砂的抗剪强度。应用广义加性模型建立了考虑颗粒破碎和应力路径影响的非线性强度包线方程, 可作为预测钙质砂在不同应力路径下峰值强度的依据。

参 考 文 献

- [1] 刘崇权, 汪稔. 钙质砂物理力学性质初探[J]. 岩土力学, 1998, 19(1): 32-37.
LIU Chong-quan, WANG Ren. Preliminary study on physical and mechanical properties of calcareous sand[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 1998, 19(1): 32-37.
- [2] 邱金营. 应力路径对砂土应力应变关系的影响[J]. 岩土工程学报, 1995, 17(2): 75-82.
QIU Jin-ying. Effects of stress path on stress-strain behavior of sand[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1995, 17(2): 75-82.
- [3] 孙岳崧, 濮家骊, 李广信. 不同应力路径对砂土应力-应变关系影响[J]. 岩土工程学报, 1987, 6(6): 78-88.
SUN Yue-song, PU Jia-liu, LI Guang-xin. The influence of different stress paths on stress-strain relation of sand[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1987, 6(6): 78-88.
- [4] 王新志. 南沙群岛珊瑚礁工程地质特性及大型工程建设可行性研究[D]. 武汉: 中国科学院武汉岩土力学研究所, 2008.
WANG Xin-zhi. Study on engineering geological properties of coral islands and feasibility of large project construction on Nansha Islands[D]. Wuhan: Institute of Rock and Soil Mechanics, CAS, 2008.
- [5] KO H, MASSON R M. Nonlinear characterization and analysis of sand[J]. **Numerical Methods in Geomechanics**, 1976: 294-304.
- [6] NAKAI T. An isotropic hardening elastoplastic model considering the stress path dependency in three dimensional stresses[J]. **Soils and Foundations**, 1989, 29(1): 119-139.
- [7] 许成顺, 文利明, 杜修力, 等. 不同应力路径条件下的砂土剪切特性试验研究[J]. 水利学报, 2010, 41(1): 108-112.
XU Cheng-shun, WEN Li-ming, DU Xiu-li, et al. Experimental study on shear behaviors of sand under different stress paths[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2010, 41(1): 108-112.
- [8] 杨光, 张丙印, 于玉贞, 等. 不同应力路径下粗粒料的颗粒破碎试验研究[J]. 水利学报, 2010, 41(3): 338-342.
YANG Guang, ZHANG Bing-yin, YU Yu-zhen, et al. An experimental study on particle breakage of coarse-grained materials under various stress paths[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2010, 41(3): 338-342.
- [9] 王远, 张胜, 敖大华, 等. 复杂应力路径下堆石料的颗粒破碎特性研究[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(4): 668-

706.
WANG Yuan, ZHANG Sheng, AO Da-hua, et al. Particle breakage characteristics of rockfills under complex stress paths[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2018, 40(4): 668-706.
- [10] 路德春, 罗汀, 姚仰平. 砂土应力路径本构模型的试验验证[J]. **岩土力学**, 2005, 26(5): 717-722.
LU De-chun, LUO Ting, YAO Yang-ping. Test validating of constitutive model of sand considering complex stress path[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(5): 717-722.
- [11] 迟明杰, 李小军, 赵成刚, 等. 应力路径对砂土变形特性影响的细观机制研究[J]. **岩土力学**, 2010, 31(10): 3081-3086, 3095.
CHI Ming-jie, LI Xiao-jun, ZHAO Cheng-gang, et al. Meso-scale study of effects of stress path on deformation behaviors of sand[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(10): 3081-3086, 3095.
- [12] 郑刚, 颜志雄, 雷华阳, 等. 天津市第一海相层粉质黏土卸荷变形特性的试验研究[J]. **岩土力学**, 2008, 29(5): 1237-1239.
ZHENG Gang, YAN Zhi-xiong, LEI Hua-yang, et al. Experimental studies on unloading deformation properties of silty clay of first marine layer in Tianjin urban area[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(5): 1237-1239.
- [13] 陈筠, 高彬, 白文胜, 等. 红黏土在卸荷状态下的力学特性试验研究[J]. **地下空间与工程学报**, 2019, 15(5): 1393-1401.
CHEN Jun, GAO Bin, BAI Wen-sheng, et al. Experimental study on the relationship between unloading ratio and deformation of red clay under excavation unloading[J]. **Chinese Journal of Underground Space and Engineering**, 2019, 15(5): 1393-1401.
- [14] 吴京平, 褚瑶, 楼志刚. 颗粒破碎对钙质砂变形及强度特性的影响[J]. **岩土工程学报**, 1997, 19(5): 49-55.
WU Jing-ping, ZHU Yao, LOU Zhi-gang. Influence of particle breakage on deformation and strength properties of calcareous sands[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1997, 19(5): 49-55.
- [15] 张家铭, 蒋国盛, 汪稔. 颗粒破碎及剪胀对钙质砂抗剪强度影响研究[J]. **岩土力学**, 2009, 30(7): 2043-2048.
ZHANG Jia-ming, JIANG Guo-sheng, WANG Ren. Research on influences of particle breakage and dilatancy on shear strength of calcareous sand[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2009, 30(7): 2043-2048.
- [16] 王刚, 叶沁果, 查京京. 珊瑚礁砂砾料力学行为与颗粒破碎的试验研究[J]. **岩土工程学报**, 2018, 40(5): 802-810.
WANG Gang, YE Qin-guo, ZHA Jing-jing. Experimental study on mechanical behavior and particle crushing of coral sand-gravel fills[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2018, 40(5): 802-810.
- [17] ISHIHARA K. Soil behaviour in earthquake geotechnics[M]. New York: Oxford University Press, 1996.
- [18] 南京水利科学研究院. SL 237—1999 土工试验规程[S]. 北京: 中国水利水电出版社, 1999.
Nanjing Hydraulic Research Institute. SL 237—1999 Specification of soil test[S]. Beijing: China Water Power Press, 1999.
- [19] 何绍衡, 夏唐代, 李玲玲, 等. 温度效应对珊瑚礁砂抗剪强度和颗粒破碎演化特性的影响研究[J]. **岩石力学与工程学报**, 2019, 38(12): 2535-2549.
HE Shao-heng, XIA Tang-dai, LI Ling-ling, et al. Influence of temperature effect on shear strength and particle breaking evolution characteristics of coral reef sand[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2019, 38(12): 2535-2549.
- [20] 李校兵, 郭林, 蔡袁强, 等. K_0 固结饱和软黏土的三轴应力路径试验研究[J]. **中南大学学报(自然科学版)**, 2015, 46(5): 1820-1825.
LI Xiao-bing, GUO Lin, CAI Yuan-qiang, et al. Stress path triaxial tests on K_0 -consolidated saturated soft clay[J]. **Journal of Central South University (Science and Technology)**, 2015, 46(5): 1820-1825.
- [21] 曹培. 应力路径对砂土变形特性的影响[D]. 南京: 南京水利科学研究院, 2006.
CAO Pei. Effect of stress paths on the deformation behavior of sand[D]. Nanjing: Nanjing Hydraulic Research Institute, 2006.
- [22] HARDIN B O. Crushing of soil particles[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1985, 111(10): 1177-1192.
- [23] MC DOWELL G R, BOLTON M D, ROBERTSON D. The fractal crushing of granular materials[J]. **Journal of the Mechanics & Physics of Solids**, 1996, 44(12): 2079-2101.
- [24] EINAV I. Breakage mechanics, part I: theory[J]. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, 2007, 55(6): 1274-1297.
- [25] ROWE P W. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact[J]. **Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, 1962, 269(1339): 500-527.
- [26] LEE K L, SEED H B. Drained strength characteristics of sands[J]. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division**, 1967, 93(SM6): 117-141.
- [27] HASTIE T, TIBSHIRANI R. Generalized additive models[M]. London: Chapman and Hall, 1990.
- [28] ALSHIBLI K A, CIL M B. Influence of particle morphology on the friction and dilatancy of sand[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2018.
- [29] 柯慧, 马骏, 张帆, 等. 广义加性模型在医疗费用控制中的应用[J]. **中国卫生统计**, 2012, 29(6): 833-836.
KE Hui, MA Jun, ZHANG Fan, et al. Application of generalized additive model in medical expense control[J]. **Chinese Journal of Health Statistics**, 2012, 29(6): 833-836.